

# 國立中央大學八十五學年度轉學生入學試題卷

物理學系 三年級

科目：應用數學

共 1 頁 第 / 頁

1.  $\vec{a} = 4\hat{i} - \hat{k}$        $\vec{b} = -2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$   
 15% 請問  $\vec{a} \cdot \vec{b} = ?$        $\vec{a} \times \vec{b} = ?$        $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = ?$

2.  $\vec{v} = z^2\hat{i} + x^2\hat{j} + y^2\hat{k}$ ,       $\vec{\nabla} \times \vec{v} = ?$   
 5%

3.  $f(x, y, z) = e^{xyz}$ ,       $\vec{\nabla} f = ?$   
 5%

4. 求  $\sqrt{i}$  之解,       $i^2 = -1$   
 5%

5.  $\int_0^1 \int_y^{y^2+1} x^2 y \, dx \, dy = ?$   
 10%

6. 求  $y' + y = 0$  之通解 (general solution)  
 10%

7. 試解  $y'' - 2y' + y = 2x^2 - 8x + 4$ ;  $y(0) = 3$ ,  $y'(0) = 3$   
 10%

8. 求  $y = x^{3/2}$  曲線由  $(0, 0)$  到  $(4, 8)$  間之長度.  
 10%

9. 求  $\sin x$  以  $(x - 1/2)$  多項式展開之前四項,  $|x - 1/2| < 1$ .  
 10% 即  $\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} b_n (x - 1/2)^n$  求  $n = 0, 1, 2, 3$  之係數.

10. 求一維波方程式  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ , ( $c$ : 常數) 之解  
 20%

邊界條件 (boundary conditions):  $u(0, t) = 0$ ,      for all  $t$   
 $u(l, t) = 0$

起始條件 (initial conditions):  $u(x, 0) = \sin(kx)$        $k$ : 常數

$\frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0$